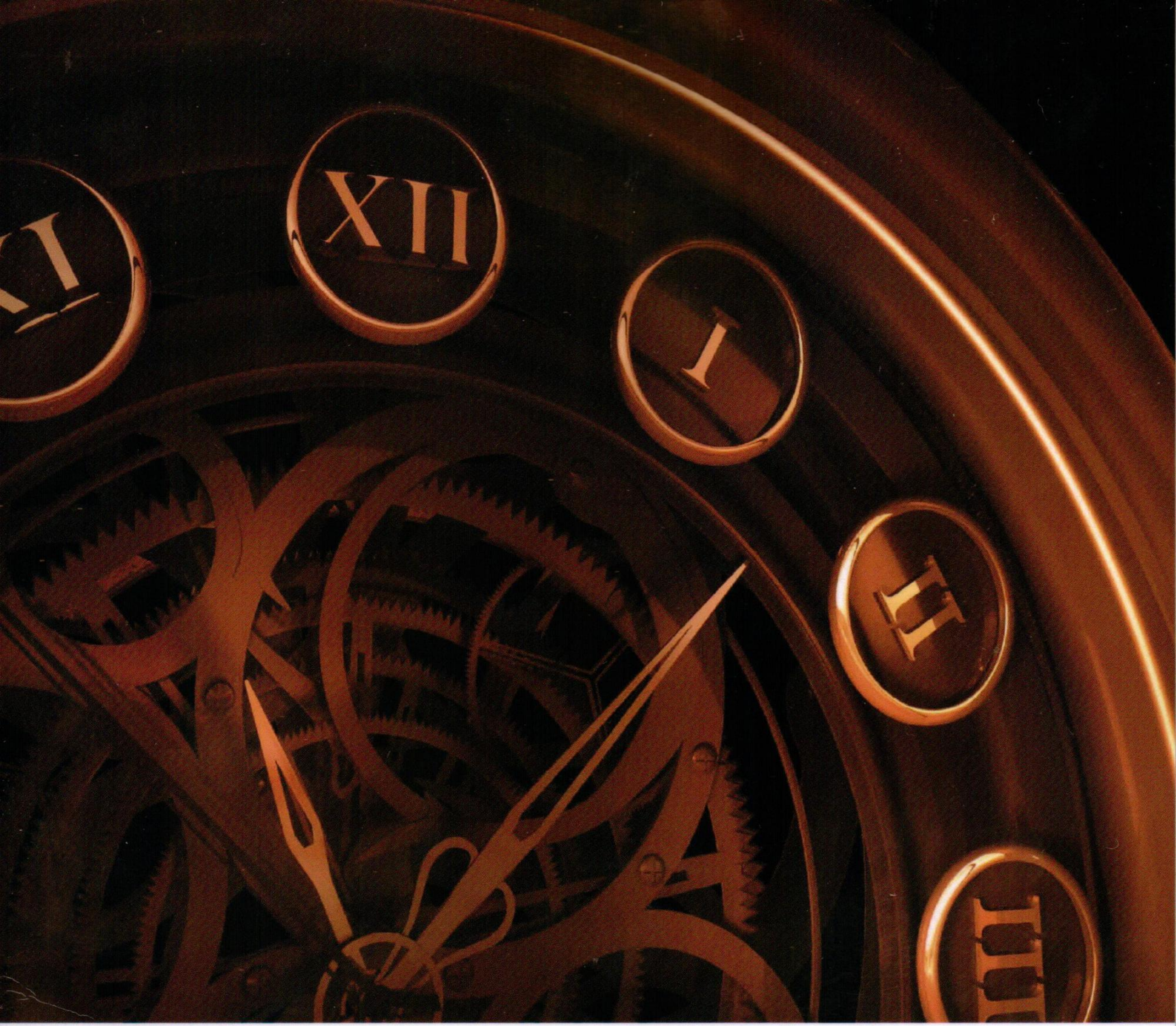


Graphisches Rechnen

Otto Prölss

b) $\sqrt{a^2 + b^2}$. Der Ausdruck $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ läßt sich in die Form setzen: $x^2 = a^2 + b^2$. Man erkennt hierin den durch den Pythagoras-Satz gegebenen Zusammenhang zwischen dem Hypotenusen- und den Kathetenquadraten eines R. W.-Dreiecks. Daraus folgt, daß x die Hypothenuse ist, wenn a und b zu Katheten genommen werden. Fig. 35 gibt die graphische Berechnung von $x = \sqrt{3{,}7^2 + 2{,}3^2}$ wieder. Es ergibt sich: $x = 4{,}36$.

Um $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ zu konstruieren, macht man a znr Hypotenuse, b zu einer Kathete; dann ist $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ die andere Kathete. Beispiel: $x = \sqrt{5{,}7^2 - 3{,}9^2} = 4{,}16$.

Das graphische Radizieren ist praktisch nur dann lohnend, wenn der Radikand eine durch Konstruktion gefundene Strecke ist, also nicht zahlenmäßig gegeben ist. Um aus gegebenen Zahlen die Quadrat- oder Kubikwurzel zu ziehen, benutzt man natürlich bequemer die entsprechenden Tabellen, die in jedem technischen Taschenkalender zu finden sind. Dagegen ist bei den Ausdrücken $\sqrt{a \cdot b}$ und $\sqrt{a^2 \pm b^2}$ die graphische Methode der rechnerischen überlegen, sobald die Zahlen nicht so einfach sind, daß man die Radikanden im Kopf ausrechnen kann.

D. Graphisches Tabellenrechnen.

Sind zwei veränderliche Größen durch ein Gesetz derartig miteinander verbunden, z. B. Dampfdruck p und Temperatur t, daß zu jedem Werte der einen — unabhängigen Veränderlichen, p, — ein ganz bestimmter Wert der anderen — abhängigen Veränderlichen, t, — sich ergibt, so kann man sich über die Gesamtheit aller zusammengehörigen Wertepaare — den „Verlauf der Funktion" — bekanntlich in zweifacher Weise eine Übersicht verschaffen. Die erste Methode ist die „Tabellendarstellung": man ordnet die Ergebnisse der bei verschiedenen Drucken ($p = 1, 2, 3 \ldots$ Atmosphären) ausgeführten Versuche übersichtlich in eine Tabelle ein:

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Atm.
t	100	120	133	143	151	158	164	169	174	Grad

Die zweite Darstellungsweise, die für uns hauptsächlich in Betracht kommt, ist die graphische: man nehme einen Wert der Unabhängigen

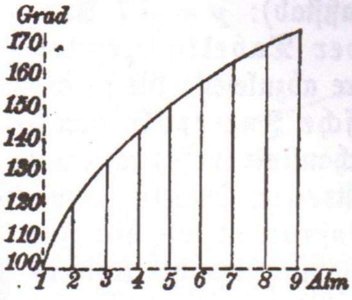


Fig. 36. 1 : 3

in irgendeinem Maßstab (in Fig. 36: 1 Atm. = 1 cm) als Abszisse, den zugehörigen Wert der Abhängigen als Ordinate eines Punktes (in Fig. 36: $10^0 = 1$ mm). Jedes Wertepaar ergibt so einen Punkt. Je dichter man die Werte von p wählt, um so dichter folgen die Punkte aufeinander, sodaß sie schließlich sich zu einem Kurvenzug zusammenschließen. Diese Kurve nennt man „die Bildkurve, das Diagramm oder die Schaulinie" des betrachteten Funktionszusammenhangs. Praktisch genügen im allgemeinen wenige Punkte, um die Schaulinie nach dem Auge ausziehen zu können. In Fig. 36 sind nur die Wertepaare der Tabelle benutzt[1]).

Rein mathematisch ist der Zusammenhang zwischen zwei Veränderlichen durch eine Gleichung zwischen diesen gegeben, wobei die Unabhängige mit x, die Abhängige mit y bezeichnet wird.

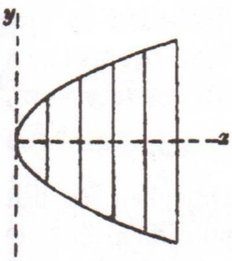


Fig. 37.

Nach solchen Funktionsgleichungen können wir Tabellen berechnen und in der angegebenen Weise Schaulinien konstruieren. So ist nach der Gleichung $y = \sqrt{2x}$ die Tabelle

x	0	1	2	3	4	5
y	0	$\pm 1{,}41$	± 2	$\pm 2{,}45$	$\pm 2{,}82$	$\pm 3{,}16$

berechnet und hiernach in Fig. 37 die Schaulinie gezeichnet.

Sei nun das Diagramm nach einer Reihe von Beobachtungen für ein Gesetz mit unbekanntem mathematischen („analytischen") Ausdruck, oder nach einer aus gegebener Gleichung berechneten Tabelle gezeichnet, so ist klar, daß es weit umfassender ist, als die Tabelle. Letztere kann naturgemäß nur für eine beschränkte Anzahl von Wertepaaren berechnet werden. Die Kurve hingegen liefert alle Wertepaare, auch die nicht berechneten. Aus Fig. 36 folgt z. B. für $p = 2{,}5$ $t = 127^0$, indem man die zur Abszisse 2,5 gehörige Ordinate in dem bei der Konstruktion verwendeten Ordinatenmaßstab mißt. Um den Dampfdruck bei $t = 140^0$ zu bestimmen, messe man die zu

1) Weitere Beispiele siehe Auerbach, Die graphische Darstellung (ANuG 437).

$t = 140$ gehörige Abszisse (im Abszissenmaßstab): $p = 3{,}7$ Atm. Die Kurve stellt also eine Erweiterung der Tabelle dar; das Verfahren, aus der Kurve solche Wertepaare abzulesen, die in der Tabelle nicht enthalten sind, heißt „graphische Interpolation". Sie ist von besonderer Wichtigkeit, wenn die Schaulinie nicht nach einer Gleichung oder nach einer Versuchsreihe konstruiert, sondern „empirisch" gegeben ist, z. B. durch ein Registrierinstrument wie den Indikator, der den Druck im Dampfzylinder als Funktion des Kolbenweges aufzeichnet.

Erwähnt sei noch die wichtige Rolle, die das Diagramm bei der Ermittelung von Versuchsfehlern spielt. Fällt ein Beobachtungspunkt wesentlich aus der durch die übrigen bestimmten Kurve heraus, so ist anzunehmen, daß ein Fehler vorliegt. Durch Wiederholung dieses zweifelhaften Einzelversuchs wird man den Fehler meist berichtigen können.

Für das graphische Rechnen kommen die Schaulinien der meist gebrauchten Funktionen als Ersatz der sonst üblichen Tabellen in Betracht. Die technischen Kalender enthalten in den „allgemeinen Zahlentabellen" die Tabellendarstellungen der Funktionen: $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = \log x$, $y = \pi x$, $y = \frac{\pi x^2}{4}$. Für die meisten Anwendungszwecke würden die entsprechenden Kurven hinreichend genaue Ergebnisse liefern. Es wäre zu wünschen, daß sie Eingang in die Tabellenwerke fänden. Da dies zurzeit noch nicht der Fall ist, sind wir gezwungen, die Kurven uns nach den Tabellen zu konstruieren. Hierbei ist, wie bei allen graphischen Rechnungen, der Maßstab für die Abszissen und Ordinaten zweckmäßig zu wählen, sodaß die Figur einerseits nicht den zur Verfügung stehenden Raum überschreitet, anderseits aber die Ablesungen möglichst genau erfolgen können. Der Leser möge die Konstruktionen selbst auf Millimeterpapier ausführen. Der Maßstab ist, um Irrtümer auszuschließen, für beide Achsen besonders anzugeben: Für $y = x^2$ nehme man z. B. für die x: cm, für die y: mm. Die abgelesenen Ordinaten sind dann in mm anzugeben. Für $y = x^3$ sind die Ordinaten in $\frac{1}{10}$ mm aufzutragen, die in mm gemessenen also mit 10 zu multiplizieren. Diese Kurven sind auch entsprechend statt der Tabellen der Quadrat- und Kubikwurzeln zu brauchen. Bei $y = \frac{1}{x}$ und $y = \log x$ trage man

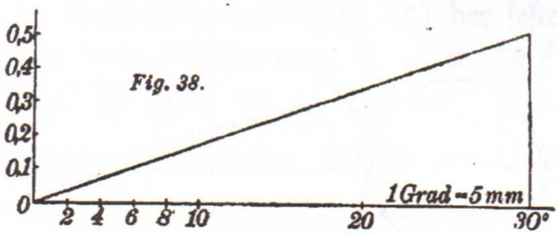


Fig. 38.

die Ordinaten im 10fachen Maßstab der Abszissen auf; bei $y = \pi x$ nehme man für die Ordinaten $\frac{1}{3}$ und bei $y = \frac{\pi x^2}{4}$ $\frac{1}{10}$ des Abszissenmaßstabes. Die erhaltenen Kurven bedecken für $x = 0$ bis $x = 10$ (in cm) je etwa 1 dm^2 und gestatten hinreichend genaue Ablesungen. Sie sind bequemer als die Tabellen, wenn die entnommenenen Werte ohne Ablesung bei weiteren graphischen Rechnungen Verwendung finden sollen. Die Werte werden dann mit dem Zirkel abgegriffen und nach entsprechender Kürzung oder Streckung benutzt.

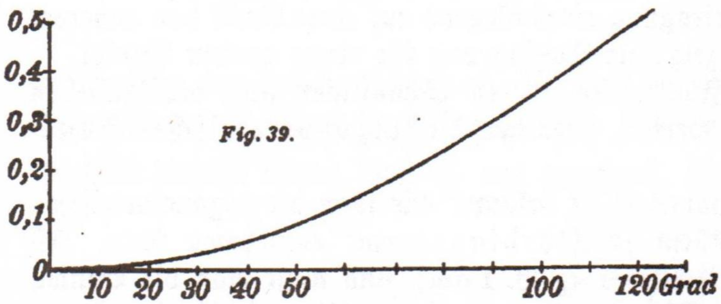


Fig. 39.

Aus der Tabelle der „Größen im Einheitskreise" seien erwähnt die zu gegebenem $\sphericalangle \alpha$ gehörigen Bögen und Pfeilhöhen. Die **Schaulinie der Kreisbögen** ist besonders einfach zu konstruieren, da wegen der Proportionalität von Winkel und Bogen die graphische Darstellung des Bogens als Funktion des Winkels eine Gerade ist. Sie ist in Fig. 38 konstruiert aus den Punkten (0^0; 0) und (30^0; 0,524); als Einheit ist 1 dcm, für die Winkel $1^0 = 5$ mm gewählt (Maßstab der Figur: 1 : 3). Die **Schaulinie der Pfeilhöhen** Fig. 39 ist mit den Einheiten: $1^0 = 1$ mm und $1 = 1$ dcm nach der Tabelle konstruiert (Maßstab der Figur 1 : 2).

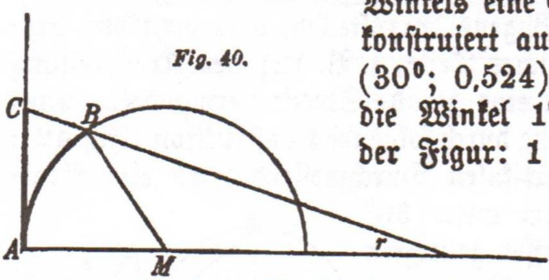


Fig. 40.

Es sei an dieser Stelle eine **Näherungskonstruktion zur Rektifikation des Kreisbogens** erwähnt, die praktisch gut zu brauchen ist (Fig. 40). $\widehat{AB}$ sei der Kreisbogen, M der Mittelpunkt des Kreises. Man verlängere den Durchmesser um den Radius, sodaß also $AC = 3r$ ist, ziehe CB bis zum Schnitt D mit der Tangente in A. Dann ist

$\overline{AD} = \widehat{AB}$. Die mathematische Begründung dieser von Nicolaus v. Cusa[1]) angegebenen Konstruktion muß hier übergangen werden. Der Fehler beträgt

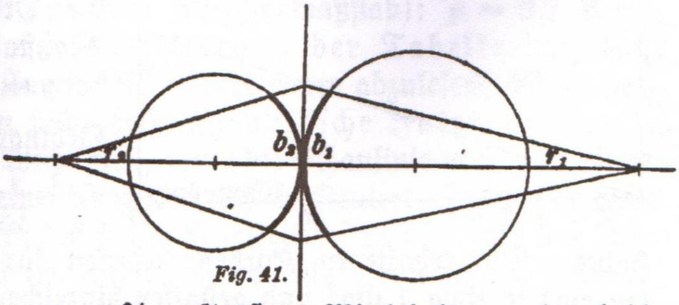


Fig. 41.

bei Winkeln bis 60° unter 1%. Größere Winkel können durch die Mittellinie geteilt werden, sodaß die angegebene Genauigkeit bis zu Bögen von der Größe eines Kreisdrittels bestehen bleibt. Besonders wichtig ist die Übertragung eines Bogens auf einen Kreis von anderem Radius. Fig. 41 zeigt die Ausführung für einen großen Winkel.

Von weiteren Funktionen, deren Schaulinien statt der Tabellen vorteilhaft benutzt werden, seien noch die trigonometrischen Funktionen erwähnt.

Aus der Trigonometrie ist bekannt, wie man die trigonometrischen Funktionen aus einem „Vektordiagramm" entnehmen kann. Ist der Radius eines Kreises 1 (z. B. 1 dm), und mißt man die Winkel, die ein beweglicher Radius mit einem festen bildet, so ist $\sin\alpha$ durch das Lot vom Endpunkt des beweglichen auf den festen Radius bestimmt, $\cos\alpha$ durch die Projektion des beweglichen auf den festen Radius. Häufig ist nun der Winkel nicht im Gradmaß, sondern durch den Kreisbogen zwischen den Schenkeln bestimmt („Bogenmaß"). Um $\sin\alpha$ als Funktion des Bogens darzustellen, teile man den Einheitskreis in eine Anzahl gleicher Teile, z. B. 12; der Kreisumfang wird nun rektifiziert, d. h. in eine gerade Strecke verwandelt. Dies geschieht mit großer Annäherung durch folgende Konstruktion (Fig. 42): im unteren Endpunkt des vertikalen Durchmessers wird eine Senkrechte gezogen, die von einem unter 30° gegen den vertikalen Durchmesser geneigten Radius in z geschnitten wird. Von z aus wird auf der Senkrechten in Richtung zy die Strecke $3r$ abgetragen bis u; dann ist xu der halbe Umfang des Kreises (Fig. 42 ist mit $r = 1$ cm ausgeführt). Wird nun

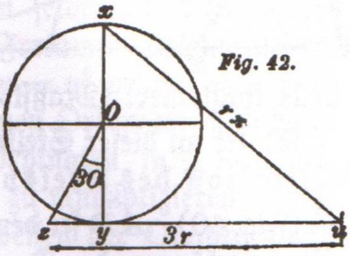


Fig. 42.

1) Kardinal Nicolaus Cusanus 1401—1464.

im Vektordiagramm (Fig. 43) der feste Schenkel um 2π verlängert und diese Verlängerung in 12 gleiche Teile geteilt, so entspricht jeder Teil $\frac{2\pi}{12}$ einem Winkel von 30^0. Parallele durch die entsprechenden Kreispunkte schneiden sich mit den Ordinaten der Teilpunkte von 2π

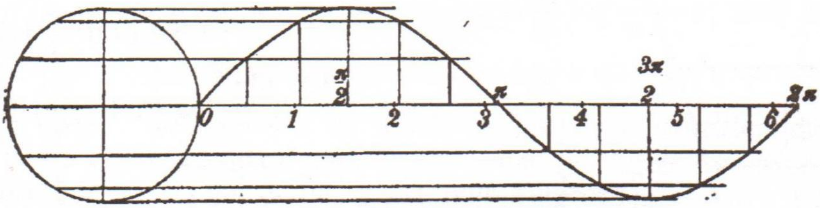


Fig. 43.

in Punkten der „Sinuskurve", die den Zusammenhang zwischen Bogenlänge und Sinus darstellt (Fig. 43). Da $\sin(90 - \alpha) = \cos\alpha$ ist, stellt dieselbe Kurve, von $\frac{\pi}{2}$ aus gerechnet, die Kosinuslinie dar.

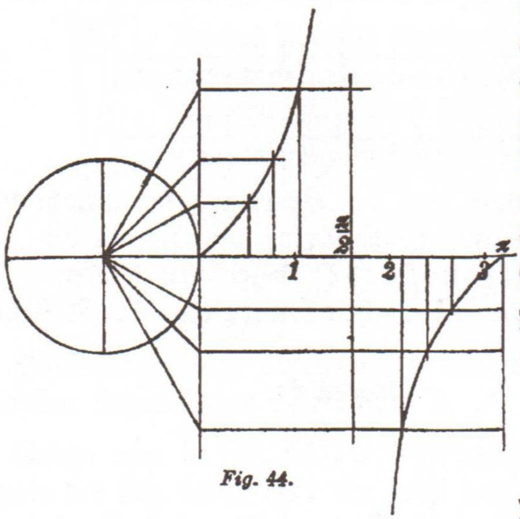


Fig. 44.

Die Tangenslinie wird entsprechend konstruiert, wenn man beachtet, daß die Tangenswerte vom beweglichen Radius auf der Senkrechten abgeschnitten werden, die im Endpunkt des festen Radius errichtet ist.

Beispiele:

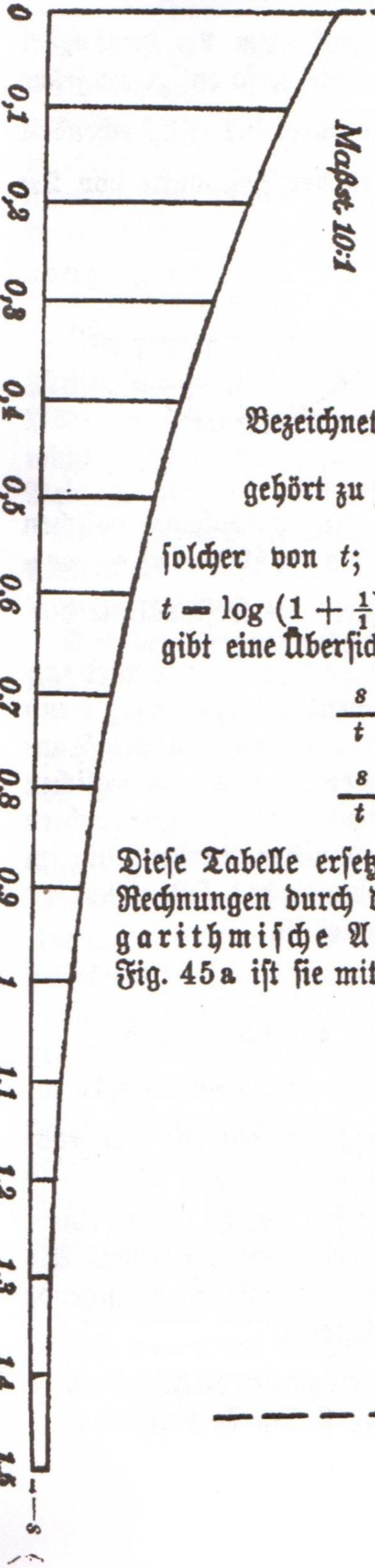
$$\sin 2{,}3 = 0{,}75$$

$$-\,0{,}81 = \sin 4{,}1.$$

Fig. 44 stellt die Tangenslinie von 0 bis π dar.

Die Konstruktion der Schaulinie lohnt sich für jede in irgend einem Gebiete zu graphischen Rechnungen häufiger gebrauchte Funktion. Als Beispiel wollen wir die in einem späteren Abschnitt zu benutzende „logarithmische Additionskurve" behandeln.

Aufgabe: Aus den bekannten Logarithmen zweier Zahlen u und v ist der Logarithmus der Summe $(u + v)$ zu finden $(v > u)$.



Es ist

$$\log(u+v) = \log\left(\frac{u+v}{v}\cdot v\right)$$
$$= \log\frac{u+v}{v} + \log v$$
$$= \log\left(1+\frac{u}{v}\right) + \log v$$
$$= \log\left(1+\frac{1}{v/u}\right) + \log v.$$

Bezeichnet man $\log\frac{v}{u}$ mit s, $\log\left(1+\frac{1}{v/u}\right)$ mit t, so gehört zu jedem Wert von $\frac{v}{u}$ ein bestimmtes s und ein solcher von t; z. B. für $\frac{v}{u} = 1$ ist $s = \log 1 = 0$; $t = \log\left(1+\frac{1}{1}\right) = \log 2 = 0{,}301$. Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über zusammengehörige Werte von s und t:

s	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
t	0,301	0,254	0,212	0,176	0,146	0,119	0,097	0,079

s	0,8	0.9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
t	0,064	0,052	0,041	0,033	0,027	0,021	0,017	0,014

Diese Tabelle ersetzen wir nun zur Benutzung bei graphischen Rechnungen durch die entsprechende Kurve, die wir als die „logarithmische Additionskurve" bezeichnen wollen. In Fig. 45a ist sie mit 1 dm als Einheit konstruiert. Als Abszissen

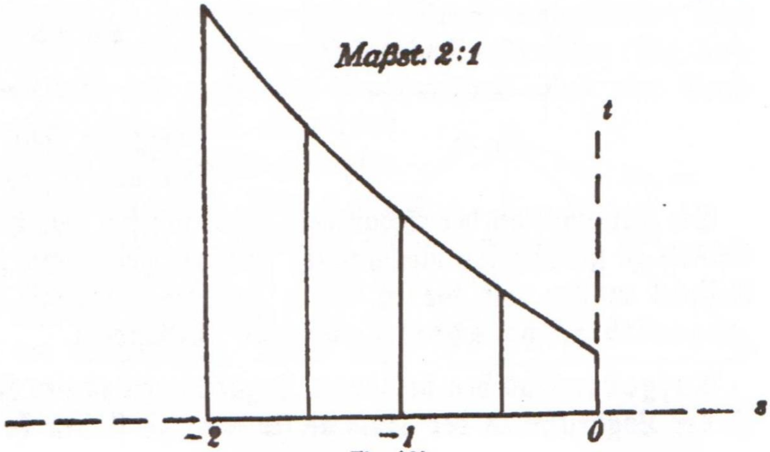


Fig. 45b.

sind die s, als Ordinaten die entsprechenden, d. h. zu gleichem u/v gehörigen t genommen. Für die vorliegende Aufgabe kommt nun diese Kurve nach der folgenden Überlegung in Betracht: es seien u, v, $u+v$ die den Werten $\log u$, $\log v$, $\log(u+v)$ entsprechenden Punkte eines logarithmischen Maßstabes (Fig. 46 a). Dann ist die Strecke $\overline{uv} = \log v - \log u = \log \frac{v}{u} = s$; nach der Gleichung $\log(u+v) = \log v + \log\left(1 + \frac{1}{v/u}\right)$ $= \log v + t$ ist Punkt $(u+v)$ des logarithmischen Maßstabes von Punkt v um die Strecke t entfernt. Zusammengehörige s und t sind aber die Koordinaten eines Punktes der Additionskurve; zu jedem Werte von s können wir das zugehörige t an dieser Kurve ablesen. Folglich können wir den gesuchten Punkt $(u+v)$ des logarithmischen Maßstabes wie folgt finden: man nehme die gegebene Strecke $\overline{uv}$ in den Zirkel und trage sie als Abszisse in die Additionskurve ein. Die zugehörige Ordinate wird abgegriffen und an den Punkt v nach oben angetragen.

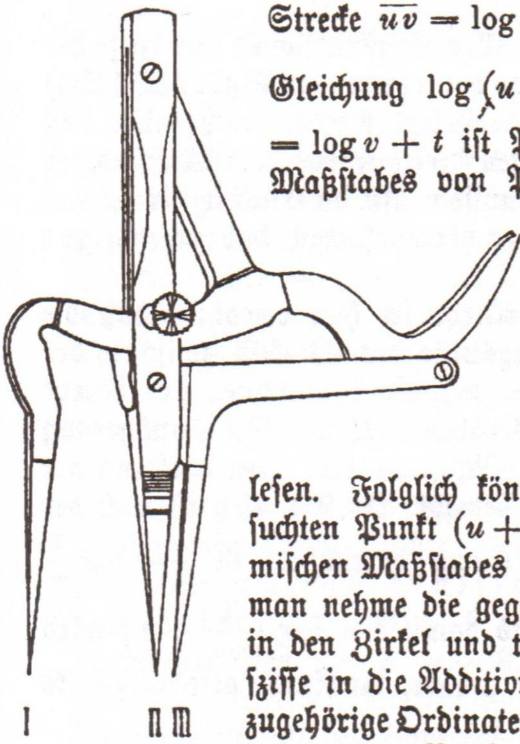


Fig. 47.

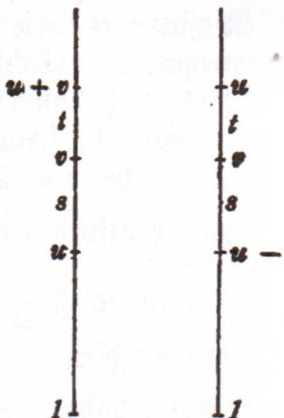


Fig. 46.

Man prüfe diese Methode an dem Beispiel $\log(2+3)$ bei gegebenen Logarithmen von 2 und 3.

Ersetzt man in Fig. 46 a $u+v$ durch u, also u durch $u-v$, so ergibt sich Fig. 46 b. Aus ihr folgt durch Umkehrung des oben angewendeten Verfahrens folgende Methode zur Konstruktion von $\log(u-v)$ bei gegebenen Werten von $\log u$ und $\log v$: man nehme die Strecke $\overline{uv}$ des logarithmischen Maßstabes als Ordinate eines Punktes der Additionskurve; die zugehörige Abszisse wird mit dem Zirkel abgegriffen und von v aus nach abwärts abgetragen. Dann kommt man auf den gesuchten Punkt $u-v$. Man prüfe das Ergebnis für $\log 7$, $\log 5$ und $\log(7-5)$.

Noch bequemer als die Additionskurve ist der „logarithmische Zirkel“ von Prof. E. A. Bräuer, bei dessen Konstruktion diese Kurve verwendet ist (Fig. 47). Setzt man Spitze I auf Punkt u, Spitze II auf v, so gibt Spitze III den Punkt $(u+v)$ des logarithmischen Maßstabs. Für die Subtraktion setze man III auf u, II auf v, dann ergibt I den Punkt $(u-v)$.

Es ist selbstverständlich, daß bei allen Konstruktionen mit Hilfe der Additionskurve entweder der Maßstab der letzteren (in Fig. 45a: 1 dm) auch der Hauptzeichnung zu Grunde gelegt werden muß, oder daß die benutzten Abszissen und Ordinaten dieser Kurve dem Maßstab der Hauptzeichnung angepaßt werden müssen. Ist die Einheit für letztere 1 cm, so ist das s der Hauptfigur zu verzehnfachen, das zugehörige t dann in $\frac{1}{10}$ Größe zu verwenden.

Von Eigenschaften der Additionskurve sei hier erwähnt, daß die positive s-Achse und die Halbierungslinie des Winkels zwischen der negativen s-Achse und der positiven t-Achse Asymptoten der Kurve sind, d. h. daß die Kurve in diese Geraden ausläuft. Die Annäherung erfolgt sehr schnell, sodaß selbst im Maßstabe 10 : 1 der Abstand der Kurve bei $s = 2{,}5$ cm nur $\frac{1}{10}$ mm beträgt. In Fig. 45b ist auch der zu negativen s gehörige Teil der Kurve gezeichnet; ist $s = \log \frac{v}{u}$ negativ, so ist $\frac{v}{u} < 1$, $\frac{1}{v/u} + 1$ und damit $t = \log\left(\frac{1}{v/u} + 1\right)$ wird mit wachsendem negativen s immer größer, die Kurve also nach links immer höher. Z. B. ist für $\frac{v}{u} = \frac{1}{10}$

$$s = \log \frac{v}{u} = -1$$

$$t = \log \frac{1}{v/u} + 1 = \log 11 = 1{,}041.$$

Für $\frac{v}{u} = \frac{1}{100}$ ist $\quad s = \log \frac{v}{u} = -2$

$$t = \log 101 = 2{,}004.$$

Man benutzt diesen Teil der Kurve, wenn s sehr groß, also t sehr klein und deshalb nur ungenau abzugreifen ist. In diesem Falle nimmt man s negativ und trägt die zugehörige (große) Ordinate t von u (dem kleineren Werte) aus nach oben ab, um zu $u+v$ zu gelangen. (Fig. 45b ist mit 2 cm als Einheit gezeichnet.)

Übungen: log (3 + 4) aus log 3 und log 4; log 5 aus log 7 und log 2; log 10 aus log 1 und log 9 zu konstruieren.

Nach dem bisher benutzten Verfahren kann man jeden Zusammenhang zwischen zwei veränderlichen Größen durch eine Zeichnung darstellen. Die Darstellung durch eine Kurve in einem — meist rechtwinkligen — Achsenkreuz vermag eine Tabelle „mit zwei Eingängen" in gewissen Grenzen ersetzen und hat jedenfalls den Vorzug der Übersichtlichkeit.

Die Ausdehnung dieser Methode auf drei Veränderliche, die auf eine räumliche Konstruktion führen würde, ist wegen der zeichnerischen Schwierigkeiten praktisch nicht ausführbar. Man hat in neuerer Zeit wegen der Häufigkeit der Zusammenhänge zwischen drei und mehr Veränderlichen in Physik und Technik eine neue Art von graphischen Tabellen entworfen, die **„Nomogramme"** genannt werden. Die Tafeln für drei Veränderliche sind leicht verständlich. Es sei z. B. $z = x \cdot y$, so zeichne man ein Koordinatennetz aus den verschiedenen x- und y-Werten; für einen bestimmten z-Wert, z. B. $z = 30$, erhält man in diesem Netz eine gleichseitige Hyperbel von der Gleichung $x \cdot y = 30$, für alle möglichen z-Werte $z = 1, 2, 3, \ldots$ eine das Netz durchsetzende Schar solcher Kurven. Die so entstandene Zeichnung stellt eine graphische Multiplikations- und Divisionstabelle dar. Um z. B. $6 \cdot 8$ zu finden, suche man den Schnittpunkt der Netzgeraden $x = 6$, $y = 8$. Diese liegt auf der mit „48" bezeichneten Hyperbel. Die Division $40 : 5$ wird ausgeführt, indem man den Schnittpunkt der Hyperbel 40 mit der Geraden $x = 5$ aufsucht. Die zugehörige Ordinate $y = 8$ ist der gesuchte Quotient. Diese Art von Nomogrammen, bestehend aus einem Koordinatennetz und einer Kurvenschar, heißt „Netztafeln". In dem Nomogramm für $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ besteht die Kurvenschar aus allen Geraden, die Punkte der x-Achse mit denen der y-Achse verbinden. (Siehe S. 16.) Man zeichnet diese nicht aus, sondern benutzt als „Weiser" eine auf Zelluloid geritzte Gerade, welche die gleiche Teilung wie die Achse besitzt. Durch diese Gerade wird der x- und y-Wert verbunden und die dazwischen liegende Länge abgelesen.[1])

Eine andere Methode, die auf Zusammenhänge zwischen beliebig vielen Veränderlichen anwendbar ist, benutzt Gerade mit Funktions-

1) Siehe Neuendorff, Praktische Mathematik (ANuG 841).

teilungen. Eine solche „**Funktionsleiter**" wird dadurch hergestellt, daß die Werte einer Funktion in bestimmtem Maßstab auf einer Geraden aufgetragen werden, wobei jeder Punkt mit dem Wert der Unabhängigen bezeichnet wird. (Siehe S. 11: Logarithmischer Maßstab.) Solcher Leitern werden so viele gezeichnet, wie Veränderliche vorhanden sind. Alle Ablesungen erfolgen auf einfachste Art durch geradlinige Weiser. Auf die Herstellung der Nomogramme dieser Art nach dem „Prinzip der fluchtrechten Punkte" kann hier nicht eingegangen werden, da jeder Zusammenhang besondere Überlegungen erfordert. Im einfachsten Falle mit zwei Veränderlichen werden die beiden „Leitern" nebeneinander gesetzt, z. B. bei $y = x^2$ eine Leiter mit natürlicher Teilung und eine für mit Quadratteilung (d. h. Punkt 4 mit 2, 9 mit 3 . . . n^2 mit n bezeichnet).

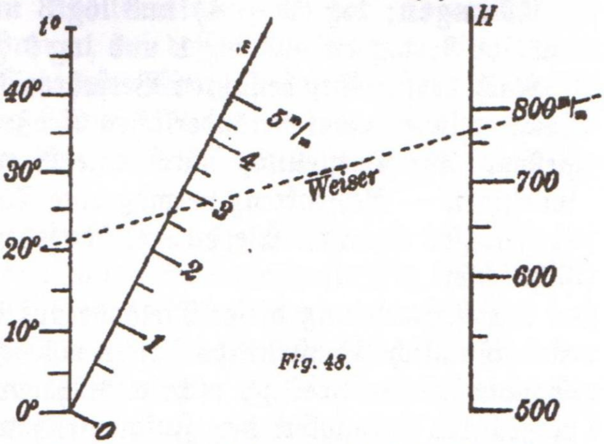


Fig. 48.

Als Beispiel eines komplizierteren Nomogramms diene Fig. 48 für die Reduktion des Barometerstandes nach der Formel $\varepsilon = 0{,}00016 \cdot t \cdot H$. Für $t = 22^0$, $H = 770$ mm ergibt sich $\varepsilon = \sim 2{,}7$ mm Abzug.

Wenn auch die Herstellung des Nomogramms häufig recht mühsam ist, so ist die Anwendung so bequem, daß diese Form der Rechentafeln vom praktischen Rechner immer mehr bevorzugt wird. Für zahlreiche Probleme der Physik und Ingenieurwissenschaften sind bereits Nomogramme konstruiert worden.[1])

E. Die geometrische Addition.

1. Addition von zwei Vektoren. Die am häufigsten für die graphische Berechnung unbekannter Größen angewendete Konstruktion ist die bekannte Parallelogrammkonstruktion, bei der es sich darum handelt, aus zwei Seiten eines Parallelogramms und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel die Diagonale zu finden (Parallelogramm

1) Siehe Luckey, Einführung in die Nomographie, Mathematisch-physikalische Bibliothek, Bd. 28; Schilling, Über die Nomographie von M. d'Ocagne.